



## Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

### Lección de Practica: Expresiones Algebraicas- La Propiedad Distributiva

# Expresiones Algebraicas—La Propiedad Distributiva

## Resultados de los estudiantes

- Los estudiantes usan la estructura de una expresión para identificar formas de reescribirla.
- Los estudiantes usan la propiedad distributiva para probar la equivalencia de las expresiones.

## Trabajo en clase

### Ejercicio 1 (13 minutos)

El siguiente se conoce como el “juego número-4.” Reta a los estudiantes a escribir cada entero positivo como una combinación de los dígitos 1,2,3,y 4 cada uno es usado al menos una vez, combinados por medio de las operaciones de la suma y multiplicación solamente, también agrupando símbolos. Por ejemplo, se puede expresar como  $(1+3)(2+4)$ . Los estudiantes pueden usar paréntesis o no, es a su discreción (siempre y cuando sus expresiones evalúen el número dado, siguiendo el orden de las operaciones). Los dígitos podrían no ubicarse uno al lado del otro para representar números enteros largos; por lo que no se debe usar los numerales 1 y 2 para crear el número 12, por instancia.

Juegue el juego número-4 como una competencia en parejas. Dé a los estudiantes 3 minutos para que expresen sus listas de números, la más grande que puedan hacer, cada uno escrito en términos de dígitos. Los estudiantes podrían querer una práctica pequeña para borrar las pizarras y jugar el juego o usarán papel y lápiz. Opcionalmente, considere dividir las tareas (ej., 1-8, 9-20, 21-30; 31-36) y asígnelos a diferentes grupos.

## Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

### Lección de Practica: Expresiones Algebraicas- La Propiedad Distributiva

Abajo hay algunas expresiones que los estudiantes deben construir, y estructuras sugeridas para una posible demostración de expresiones en la pizarra mientras ellos expresan lo que han creado.

Al revisar el juego, es posible que ellos tengan expresiones distintas para el mismo número (ver respuestas en la fila 7 y 8 dadas abajo). Comparta las expresiones alternativas en la pizarra y discuta con la clase la validez de estas expresiones.

Rete a los estudiantes a desarrollar más de una manera para crear un número. .

Value of Expression	Expression (using 1, 2, 3, 4, +, and x)		
1	1	16	$(4+3+1) \times 2$
2	2	17	$3 \times (4+1) + 2$
3	3	18	$(1+3) \times 4 + 2$
4	$1+3$	19	$(4+2) \times 3 + 1$
5	$2+3$	20	$(2+3) \times 4$
6	$1+2+3$	21	$(3+4) \times (1+2)$
7	$2 \times 3 + 1$ or $3+4$	22	
8	$(3+1) \times 2$ or $4 \times 2$	23	
9	$3(2+1)$	24	$(1+2+3) \times 4$
10	$2 \times (4+1)$	25	$(2+3)(4+1)$
11	$4 \times 2 + 3$	30	$((4+1) \times 3) \times 2$
12	$4 \times 3$	32	$4 \times (3+1) \times 2$
13	$4 \times 3 + 1$	36	$3 \times (2+1) \times 4$
14	$4 \times 3 + 2$		
15	$(4+1) \times 3$		

Después que los estudiantes han compartido sus resultados, haga estas preguntas:

- ¿Cuál parece ser el primer número contado que no puede ser creado usando solamente los números 1, 2, 3, y 4 y las operaciones de multiplicación y suma?
  - 22
- ¿Cuál parece ser el número más grande que se puede hacer en el juego de número-4?
  - $(1+2)(3)(4) = 36$

Ahora podemos entrar en una investigación más interesante para encontrar estructura en el juego.

- Suponga que estamos jugando el juego de número-2. ¿Cuál pareciera ser el número más grande que puede crear usando los números 1 y 2 (una vez cada uno) y la operación de la multiplicación y suma?
  - $(1+2) = 3$
- Suponga que estamos jugando el juego de número-3. ¿Cuál parece ser el número más grande que se puede crear usando los números 1, 2, y 3 (una vez cada uno) y las operaciones de multiplicación y suma?
  - $(1+2)(3) = 9$

Aliente a los estudiantes a generalizar el patrón para el juego del número-5, y el juego número-n, y a pensar sobre porque este patrón de la expresión brinda el número mayor a alcanzar.

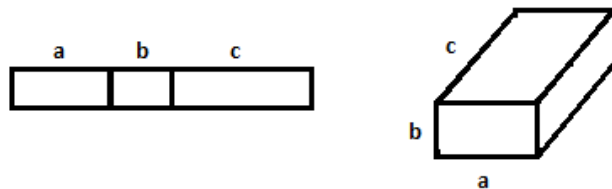
- Sume 1 y 2, y luego multiplique los números restantes. Para el juego número-5, el número más grande sería  $(1+2)(3)(4)(5) = 180$ . Para el juego n#, el número más grande sería  $(1+2)(3)(4)(5)...(n)$

## Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

### Lección de Practica: Expresiones Algebraicas- La Propiedad Distributiva

#### Discusión (5 minutos)

- Hemos visto que ambos  $1+2+3$  y  $1(2)(3)$  evalúan a 6. ¿Parece razonable que para cualquier número real,  $a$ ,  $b$  y  $c$ , que  $a + b + c$  sería equivalente a  $a \times b \times c$ ?
  - *No, los estudiantes podrían pensar rápidamente los ejemplos de la cuenta. (Proceda al siguiente punto sin importar que.)*
- ¿De qué manera podemos demostrar geoméricamente que, generalmente no son equivalentes? Asuma que  $a$ ,  $b$  y  $c$  son enteros positivos. ¿Parece intuitivo que esas dos representaciones geométricas sean equivalentes?
  - La representación geométrica no sugiere equivalencia.



- Por lo tanto, no pareciera que ser numéricamente equivalentes en un caso específico implique equivalencia en otro, casos más generales.
- Quizá debemos jugar un juego como este con símbolos
- Consideremos primero que el efecto podría ser permitir el uso repetido de símbolos en el juego de número-4.

Con el uso repetido de símbolos, podemos construir expresiones más largas mediante el uso de expresiones que ya poseemos. Por ejemplo, de  $10=1+2+3+4$  podemos generar el número 110 mediante el uso repetido de la expresión:

$$110 = 10 \times 10 + 10 = (1+2+3+4) \times (1+2+3+4) + (1+2+3+4)$$

MP.7

#### Ejercicio 2 (1 minuto)

Escriba una expresión usando los símbolos 1, 2, 3, y 4 que evalúan a 16, y luego usa la expresión para crear una que evalúe a 816. (Por ejemplo, use  $25 \times 16 + 16$ )

#### Ejercicio 3 (5 minutos)

- Suponga que sabemos alterar el juego del número-4 para que sea como sigue:

- a. Inicie escogiendo un conjunto inicial de símbolos, variables, o numéricos, como una expresión inicial, y luego genere más de una expresión mediante:

- 3,  $x, z, a$

Ponga cualquier expresión en los espacios en blanco del operador de suma: \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_  $3+a, x+z, o z+3$   
o  $a+a$

## Unidad 8.4: Polinomios

### Matemáticas

#### Lección de Practica: Expresiones Algebraicas- La Propiedad Distributiva

- Juguemos usando 3, x, z y a como nuestras expresiones de inicio.

Escriba los símbolos que se usarán en la pizarra. (Estos no están en los materiales del estudiante.)

- Puede usted ver eso:

La parte (1) de el juego nos da 3, x, z y a para empezar.

La parte (2) nos da expresiones como  $(3+a)$  o  $(x+z)$  o  $(z+3)$  o  $(a+a)$ .

Al repetir el uso de la parte (2) entonces da  $(3+a)+3$  o  $x+(x+z)$  y  $(x+z)+(x+z)$ , por ejemplo, y luego  $((x+z)+(x+z))+a$  por ejemplo, etc.

Asegúrese de que los estudiantes tienen claro que en esta versión del juego, nos limitamos a la suma (no multiplicación).

- Tome 1 minuto para generar tantas expresiones como pueda, siguiendo las reglas del juego. (Tómeles el tiempo a los estudiantes por 1 minuto.)
- Compare su lista con la de su vecino. ¿Tu vecino siguió las reglas del juego? Si seguiste las reglas, debiste generar cuerdas de sumas. ¿Es eso correcto?
- ¿Es posible crear la expresión  $4x+5z+3a$  a partir del juego?
- Pida a los estudiantes que describan verbalmente como lo hicieron y que muestren su cuerda de sumas en la pizarra.

$$(((x+z) + (x+z)) + ((x+z) + (x+z))) + ((z+a) + (a+a))$$

#### Ejercicio 4 (4 minutos)

Plataforma: A discreción del maestro, inicie con el problema  $2x+3x=5x$ . O ofrezca un problema de la manera que es dado, y permita a los estudiantes que reflexionen y se esfuercen por un rato. Luego, sugiera "Si no estás seguro, tratemos este: ¿es una aplicación de la propiedad distributiva?"

##### Ejercicio 4

Roma dice que recolectar términos semejantes puede ser visto como una aplicación de la propiedad distributiva. ¿Es  $x+x=2$  una aplicación de la propiedad distributiva?

Roma esta en lo correcto. A través de la propiedad distributiva, tenemos  $x+x=1(x)+1=(1+1)x=2x$

## Unidad 8.4: Polinomios

### Matemáticas

#### Lección de Practica: Expresiones Algebraicas- La Propiedad Distributiva

#### Ejercicios 5–7 (7 minutos)

Pida a los estudiantes que trabajen en los siguientes ejercicios uno a la vez, tomando el tiempo para discutir las soluciones entre cada uno.

**Unidad 8.4: Polinomios**  
**Matemáticas**

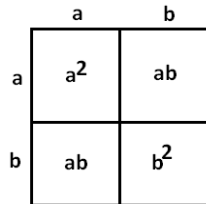
**Lección de Practica: Expresiones Algebraicas- La Propiedad Distributiva**

Ejercicio 5

Léela está convencida que  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

¿Crees que está en lo correcto? Use una imagen para ilustrar su razonamiento.

**Respuesta:** Léela no está en lo correcto.

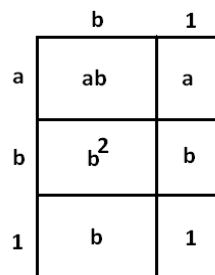


$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Ejercicio 6

Dibuje una imagen para representar la expresión  $(a+b+1) \times (b+1)$

**Respuesta:**

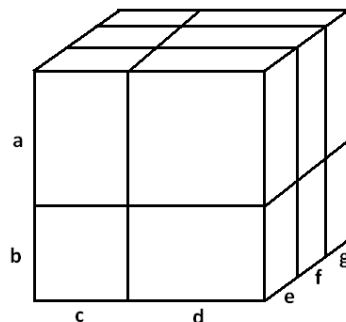


Una buena discusión para tener con los estudiantes es si es importante que la longitud de 1 en el ancho sea la misma que la longitud del alto de 1 en la altura. Continúe la discusión de si es importante como etiquetar la imagen que representa las cantidades.

Ejercicio 7

Dibuje una imagen que represente la expresión  $(a+b) \times (c+d) \times (e+f+g)$

**Respuesta:**



## Unidad 8.4: Polinomios Matemáticas

### Lección de Practica: Expresiones Algebraicas- La Propiedad Distributiva

#### Cerrando (7 minutos)

Los ejercicios previos demuestran la propiedad distributiva de la aritmética, la cual creemos se mantiene para todos los números reales, no solo los positivos enteros. La opción de la palabra “creer” esta intencionada a reforzar la noción con los estudiantes de que aceptamos la propiedad como cierta sin necesidad de probarla.

- Geométricamente podemos ver que lo siguiente es cierto para todos los números (escríbalo en la pizarra):

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b + 1) \times (b + 1) = ab + b^2 + a + 2b + 1$$

$$(a + b) \times (c + d) \times (e + f + g)$$

$$= ace + acf + acg + ade + adf + adg + bce + bcf + bcg + bde + bdf + bdg$$

- ¿También creemos que estas afirmaciones son ciertas para todos los números reales: a, b, c, d,e,f,g?
- ¿Cuál de estas afirmaciones son extensiones de la Propiedad Distributiva de la aritmética (enunciada en sus paquetes de estudiante)? (Todas ellas.)